

文章编号: 1000-8055(2006)01-0219-06

关联维数和Kolmogorov熵在航空发动机故障诊断中的应用

余波, 李应红, 张朴

(空军工程大学 工程学院, 陕西 西安 710038)

摘要: 总结了关联维数和Kolmogorov熵的计算方法, 给出详细的计算步骤, 并通过对某型发动机在不同状态下关联维数和Kolmogorov熵的计算和混沌特性分析, 提出一种将关联维数和Kolmogorov熵结合使用的新的故障诊断手段。实验结果表明: 由于不同故障的动力学产生机制不同, 通常也具有不同的关联维数和Kolmogorov熵, 故关联维数和Kolmogorov熵可用于故障的特征提取。

关键词: 航空、航天推进系统; 航空发动机; 故障诊断; 混沌; 关联维数; Kolmogorov熵

中图分类号: V 263. 6

文献标识码: A

Application of Correlation Dimension and Kolmogorov Entropy in Aeroengine Fault Diagnosis

YU Bo, LI Ying-hong, ZHANG Pu

(The Engineering Institute,

Air Force Engineering University, Xi'an 710038, China)

Abstract: The algorithm for the calculation of correlation dimension and Kolmogorov entropy was introduced. According to the analysis of chaos identity and the correlation dimension and Kolmogorov entropy of some engine, a new method of fault diagnosis that integrated correlation dimension with Kolmogorov entropy was proposed. The results show that the different fault has different correlation dimension and Kolmogorov entropy because of their different kinetics mechanisms, and thus correlation dimension and Kolmogorov entropy can be used to identify the fault symptoms.

Key words: aerospace propulsion system; aeroengine; fault diagnosis; chaos; correlation dimension; Kolmogorov entropy

航空发动机是多部件、多状态的复杂机械设备, 对航空发动机实施有效、定量地状态监测与故障诊断, 是保证发动机长期稳定和安全运行的关键。

但航空发动机是一个非常复杂的非线性系统, 其内部流场变化复杂, 各个部件相互影响大, 难以控制和计算, 而且实际测得的一些特征信息

或参数是随时间变化且不十分规则的函数或图象, 有的甚至是随机变化的。例如, 压力信号的时间波形是极不光滑的; 振动信号也是难以预料的; 其他参数(如温度、油压等)变化趋势也没有一个确定的函数关系。但是, 这些非线性特征信号在一定的尺度范围内都具有混沌特征。因此, 可以把混沌这一新的理论引入发动机故障诊断领域。

收稿日期: 2004- 12- 28; **修订日期:** 2005- 06- 06

作者简介: 余波(1981-), 男, 安徽安庆人, 空军工程大学工程学院硕士生, 主要从事航空发动机故障诊断与控制研究

混沌理论中的分形维数是定量刻画混沌吸引子的一个重要参数,广泛应用于系统非线性行为的定量描述中。关联维数为分形维数的一种,由于比盒子维数、信息维数和容积维数等计算简单,所以应用非常广泛。在机械故障诊断领域里,关联维数主要应用于机械设备故障特征提取中,可以更加有效地监测和判断机器的运行情况^[1,2]。

文献[3]指出,状态也象物质与能量一样,是物质的基本属性,而又象质量与能量各有自己的度量单位一样,熵就是状态的度量标尺。本文将混沌系统中的Kolmogorov熵(下文称为K熵)引入故障诊断领域,利用K熵的计算数值作为故障的特征值来识别机械的故障类型及严重程度^[4]。

本文通过对某型发动机压气机静压压力信号的关联维数和K熵的优化计算和混沌特性分析,提出一种将关联维数和K熵结合使用的新的故障诊断手段。

1 关联维数及计算方法

对于任意一混沌信号: $x_1, x_2, x_3, \dots, x_N$

先要对其进行相空间重构,要重构的相空间的嵌入维数为 m ,则对该信号进行延迟时间 τ 的延迟采样,得到 $M = N - (m - 1)\tau$ 个点的 m 维空间:

$$X_1, X_2, X_3, \dots, X_N, X_{N-(m-1)\tau}$$

对于 m 维相空间中的一对相点:

$$X_i = \{x_i, x_{i+1}, \dots, x_{i+m-1}\}$$

$$X_j = \{x_j, x_{j+1}, \dots, x_{j+m-1}\}$$

设它们之间的欧氏距离为 $r_{ij}(m)$,它是相空间维数 m 的函数,满足:

$$r_{ij}(m) = \|X_i - X_j\|$$

在本文中:

$$\|X_i - X_j\| = \max |x_{i+k} - x_{j+k}|$$

$$k = 0, 1, 2, \dots, m - 1$$

给定一个临界距离 r ,定义为 m 维相空间的超球体半径,计算有多少点对 (X_i, X_j) 之间的距离小于超球体半径 r ,并把距离小于 r 的点对在所有点对(总点对数 $= M(m - 1)$)中所占的比例记为:

$$C_m(r) = \frac{1}{M(M-1)} \cdot \sum_{i,j} H(r - \|x_i - x_j\|) \quad (1)$$

其中, $M = N - (m - 1)\tau$ 为相空间总点数, H 是海威赛德(Heaviside)函数,满足:

$$H(x) = \begin{cases} 1 & x \geq 0 \\ 0 & x < 0 \end{cases}$$

适当选取超球体半径 r ,在无标度区存在如下关系:

$$C_m(r) = r^{D(m)} \quad D(m) = \lim_{r \rightarrow 0} \frac{\ln C_m(r)}{\ln(r)} \quad (2)$$

其中: $D(m)$ 即为关联维数^[5]。

由于在计算关联维数过程中有很多量值无法直接从时间序列中得出,本文给出相应的选取方法。

延迟时间 τ 采用自相关函数法选择,其自相关函数可以表示为:

$$C = \frac{\sum_{i=1}^{n-\tau} (x_i - \bar{x})(x_{i+\tau} - \bar{x})}{\sum_{i=1}^{n-\tau} (x_i - \bar{x})^2} \quad (3)$$

其中: $\bar{x}$ 为时间序列的平均值。在选择 τ 时, C 作为一个特定的阈值。研究表明,对于选择 τ 值,对应的阈值 C 为: C 的值第一次为0.5时;或第一次为0时;或 C 的第一个拐点。

嵌入维数 m :虽然根据Takens证明的嵌入定理,可知 $m \geq 2d + 1$ (d 为该混沌信号的维数),但混沌信号的维数一般很难确定,目前工程上普遍采用试凑法。即将 m 从3依次增大,直至求得关联维数趋于饱和为止。此时的 m 为合理的嵌入维数。

临界距离 r :本文采取的是全局遍历法。首先计算相空间所有点的距离,取最大值 $r_{\max}$ 和最小值 $r_{\min}$,然后确定需要插入的点数 s (一般50~200,本文为200),则步长 $l = (r_{\max} - r_{\min})/s$, r 依次取值为 $\{r_{\min}, r_{\min} + l, r_{\min} + 2l, \dots, r_{\max}\}$ 。

2 Kolmogorov熵及计算方法

K熵是刻画混沌系统的一个重要的量。在不同类型的动力学系统中,K熵的数值是不同的。K熵的数值可以用来区分规则运动、混沌运动和随机运动。在随机运动系统中,K熵是无界的;在规则运动系统中,K熵为零;在混沌运动系统中,K熵大于零,K熵越大,那么信息的损失速率越大,系统的混沌程度越大,或者说系统越复杂。

本文采用的K熵计算方法是Schouten等人提出的极大似然算法。极大似然算法比较简单,计算结果没有二义性,整个计算过程也较快,因此,比较适合于工程实际应用。根据熵的定义,可以由吸引子上初始非常接近的两个轨道开始发散的平均时间而求得熵的估计值。考察吸引子上的两个

初始点, 它们之间的初始距离小于某一个特定的距离 r_0 , 记下它们分离至其间距大于 r_0 所需的时间 t_0 。由吸引子上初始距离小于 r_0 的所有点对分离至其间距大于所需的分离时间的平均值可计算 K 熵的大小。这样的熵即可认为是定量刻画吸引子上邻近点分离速率的一个参数。对于邻近点可作如下的定义: 当两个点位于吸引子不同的轨道上且其间距小于某一个特定的距离 r_0 时, 即定义这两个点是初始邻近点。不同轨道上邻近点之间的距离分离可假设为呈指数规律, 且分离至间距大于 r_0 所需的时间将按下式的指数分布:

$$c(t_0) = e^{-Kb} \quad (b = 1, 2, 3, \cdots,)$$

(4)

式中: K 为 K 熵(以 e 为底时 K 熵的单位为 $nats/s$; 如果上式以 2 为底则 K 熵的单位为 $bits/s$)。式中 b 是初始间距小于 r_0 的点对其间距第一次超过了 r_0 时在吸引子上的演化时间步数。

具体计算步骤如下:

对于 m 维相空间中的一对相点:

$$X_i = \{x_i, x_{i+1}, \cdots, x_{i+m-1}\}$$

$$X_j = \{x_j, x_{j+1}, \cdots, x_{j+m-1}\}$$

当满足 $|x_i - x_j| < r_0$ 时, 只要计算出:

$$\{ |x_{i+1} - x_{j+1}|, |x_{i+2} - x_{j+2}|, \cdots, |x_{i+m-1} - x_{j+m-1}| \}$$

(5)

中小于 r_0 的连续数据的个数, 即为所求的 b 值当:

$$\{ |x_{i+t} - x_{j+t}| \leq r_0$$

且

$$|x_{i+t} - x_{j+t}| > r_0$$

$$t = 1, 2, 3, \cdots, m - 1$$

时, t 即为所要求的 b_0 。

经过 b 步演化后找到距离大于 r_0 的概率为:

$$p(b) = c(b - 1) - c(b) = (e^k - 1)e^{-kb}$$

遍历 m 维相空间, 从中找出满足式(7)的点对共 T 对, 对每个点对求出相应的 b 值, 则得到样本 $(b_1, b_2, \cdots, b_T)$ 的概率 P_K 取决于 K , 可写出下式:

$$P_K = b(b_1, b_2, \cdots, b_T, K) = \prod_{i=1}^T p(b_i) =$$

$$(e^k - 1)^M \exp \left[-K \sum_{i=1}^M b_i \right]$$

利用上式对 K 采用极大似然估计, 可以得到 K 熵的最大似然估计值 K_{TL} 为:

$$K_{TL} = - \ln \left(1 - \frac{1}{b} \right)$$

$$\overline{b} = \frac{1}{T} \sum_{i=1}^T b_i$$

(6)

嵌入维数 m 和延迟时间 τ 的选取同关联维数是一样的, 其中长度标度 r_0 的选取很重要。Daw 等人采用的方法^[6]是取长度标度 r_0 为时间序列的平均绝对偏差, 即:

$$r_0 = \sum_{i=1}^N \frac{|x_i - \bar{x}|}{N}, \quad \bar{x} = \sum_{i=1}^N \frac{x_i}{N}$$

3 试 验

3.1 试验准备

本文采用的实验数据是某型发动机压气机处转速 $n = 4\,700\text{ r/min}$ 、喘振前边界状态、喘振状态、放气带由关到开过程 4 种情况下的静压压力, 采样频率为 1 kHz , 采样点为 $10\,000$, 见图 1。

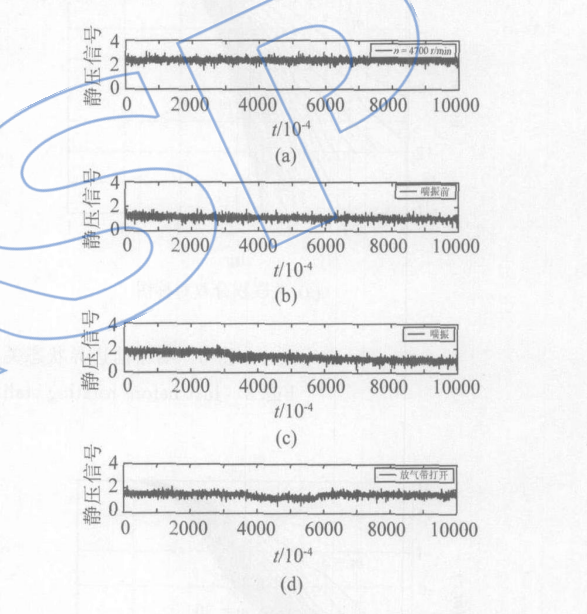


图1 4种状态下的静压信号

Fig. 1 Static pressure signal under different working conditions

3.2 关联维数的计算结果

在发动机故障诊断中, 上述 4 种状态下的信号频谱图大致相当, 很难从频谱图去分析故障。本文根据前面介绍的方法, 利用关联维数对 4 种情况进行分析。从原始序列中截取具有明显特征的压力信号, 数据长度 $N = 4\,096$, 嵌入维数 m 从 3~30 之间变化, 延迟时间 τ 按自相关函数法求得, 分别为 2, 7, 5 和 11, 曲线的插入点数为 200, 计算出相应嵌入维数下 $\ln r$ 和 $\ln C(r, m)$ 的关联积分曲线。

为了计算关联维数, 必须准确判断关联积分

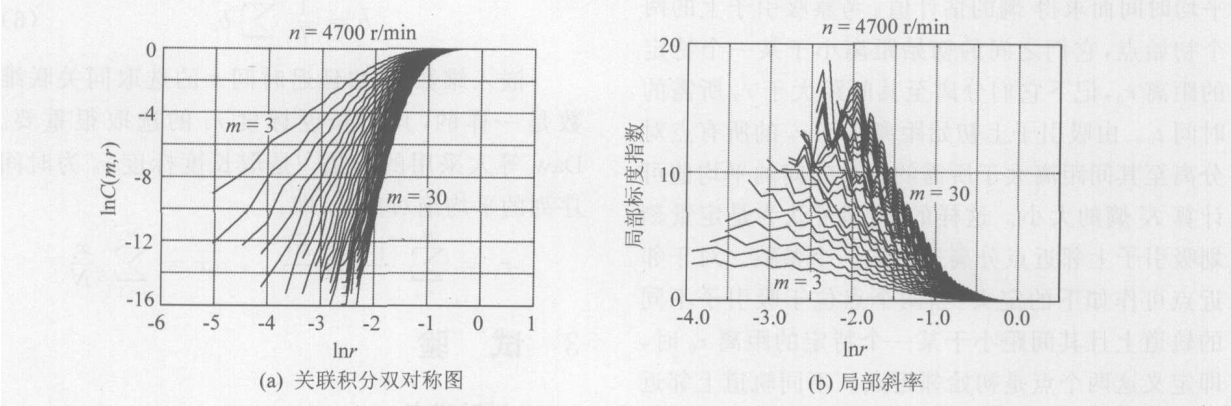


图2 $n = 4700 \text{ r/min}$ 关联积分双对数图和局部斜率
Fig. 2 $n = 4700 \text{ r/min}$ in correlation integrals and local slope

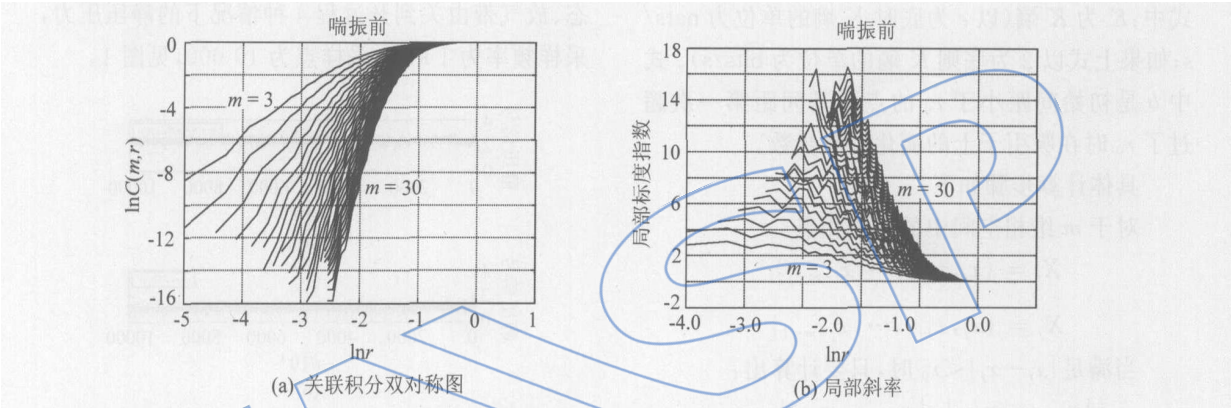


图3 喘振前边界状态关联积分双对数图和局部斜率
Fig. 3 Just before rotating stall correlation integrals and local slope

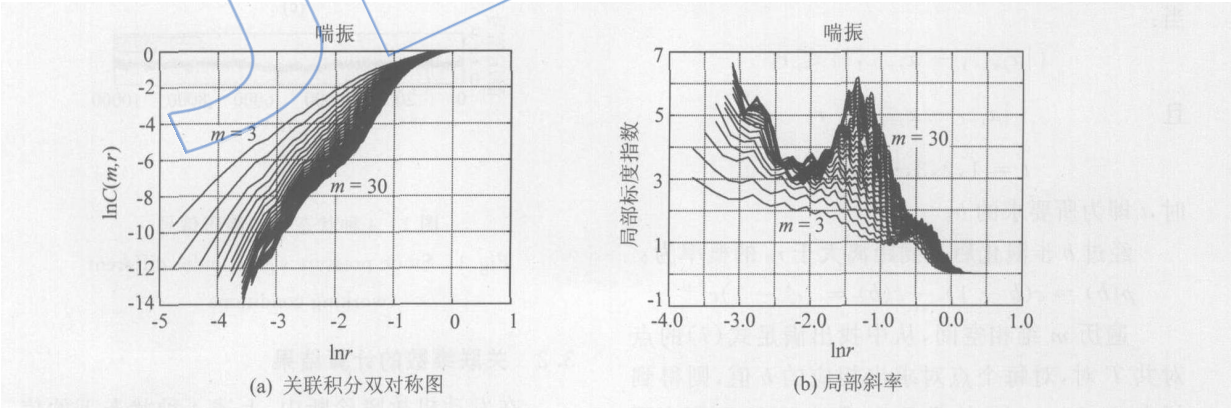


图4 喘振状态关联积分双对数图和局部斜率
Fig. 4 Just after rotating stall correlation integrals and local slope

曲线的标度区域, 求得其斜率. 解决问题的方法是通过求关联积分曲线的局部斜率曲线, 局部斜率曲线可通过对关联积分曲线进行滑动五点线性回归而求得^[7]. 求得局部斜率以后, 参照局部斜率曲线, 可以确定和判断关联积分曲线中的标度区. 然后用最小二乘法对标度区内的点进行拟合以计算关联维数. 经过计算, 4 种情况下的关联积

分双对数图和局部斜率见图2~图5. 从图中可看出, 前两种情况没有较明显的标度区, 而且关联维数随嵌入维数增大收敛缓慢, 直到嵌入维数为 15, 16 时才收敛. 后两种情况分别当 $\ln r$ 为 $-2.5 \sim -2$, $-1.5 \sim -1$ 时有标度区, 而且收敛较快. 对 4 种状态在标度区范围内的数据点进行最小二乘法拟合, 可求得关联维数范围, 分

别如下: $n = 4\,700\text{ r/m}$ 时 15.4~16.0; 喘振前

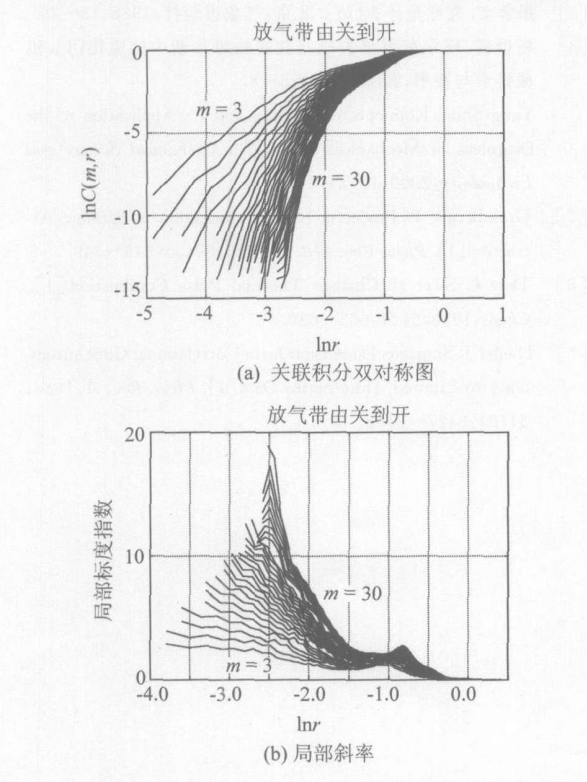


图5 放气带由关到开过程关联积分双对数图和局部斜率

Fig. 5 B leed correlation integrals and local slope

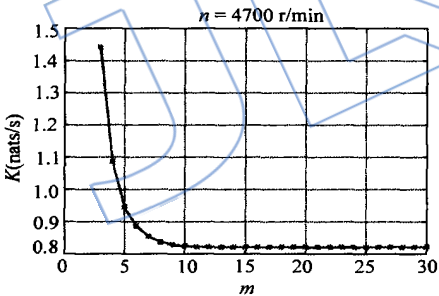


图6 $n = 4\,700\text{ r/m}$ in

Fig. 6 $n = 4\,700\text{ r/m}$ in

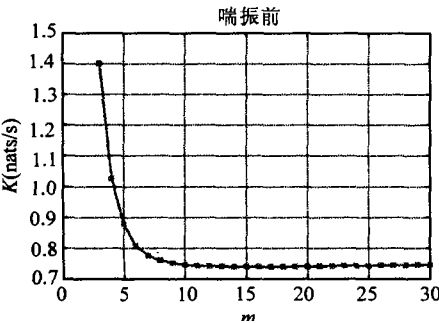


图7 喘振前边界状态

Fig. 7 Just before rotating stall

14.5~15.1; 喘振时 4.0~4.5; 放气带由开到关 9.8~10.4。

3.3 Kolmogorov 熵的结果

根据前面所介绍的 K 熵计算方法, 对这 4 种情况进行计算并绘图, 见图 6~图 9 通过计算, 可以得出 4 种情况下的 K 熵, 分别为 0.821, 0.744, 0.274, 0.142 nats/s。

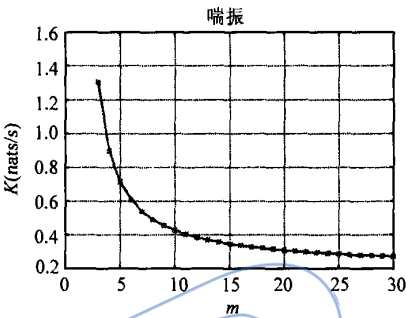


图8 喘振状态

Fig. 8 Just after rotating stall

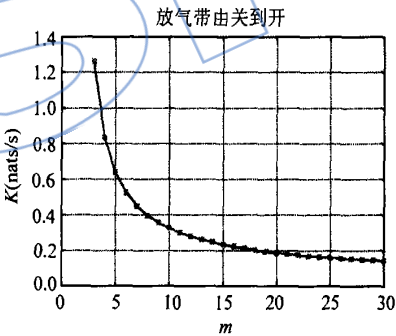


图9 放气带由关到开过程

Fig. 9 B leed

4 结 论

- (1) 从关联维数的结果可看出, 正常情况下关联维数较大, 一般在 15 左右, 而当进气道气流发生变化或失稳时, 关联维数较小, 一般在 5~10 之间, 故障特征较明显。
- (2) 从 K 熵的结果可看出, 前两种正常情况数值在 0.7~0.8 之间, 说明可预测程度低, 后两者在 0.1~0.2 之间, 说明可预测程度高, 混沌程度低。这与关联维数的结果非常一致。
- (3) 对于放气带从开到关过程, 关联维数和 K 熵的结果不尽一致, 一个是增大, 一个是减小, 这说明关联维数和 K 熵是从两个不同角度分析系统的, 也说明这种诊断方法是具有一定的对比

性、容错性的。

参考文献

[1] 汪慰军 关联维数的计算及其在大机组故障诊断中的应用 [J] 上海交通大学学报, 2000, 34(9): 1265~ 1268
Wang Weijun Calculation of Correlation Dimension and Its Application to Large Rotating Machinery Fault Diagnosis [J] *Journal of Shanghai Jiaotong University*, 2000, 34(9): 1265~ 1268

[2] 滕丽娜 关联维数在设备状态监测中的应用研究[J] 振动工程学报, 2002, 15(4): 399~ 403
Teng Lina Application of Correlation Dimension to Machinery Condition Monitoring[J] *Journal of Vibration Engineering*, 2002, 15(4): 399~ 403

[3] 张学文 究竟是什么[M] 北京: 气象出版社, 1988: 23~ 29

[4] 杨世锡 柯尔莫哥洛夫熵及其在故障诊断中的应用[J] 机械科学与技术, 2000, 19(1): 6~ 8
Yang Shixi Kolmogorov Entropy and Its Application to the Diagnosis of Mechanical Faults[J] *Mechanical Science and Technology*, 2000, 19(1): 6~ 8

[5] Grassberger P, Procaccia I Characterization of Strange Attractors[J] *Phys Rev. Lett A*, 1983; 50(5): 346~ 349

[6] Daw C S, et al Chaos in Thermal Pulse Combustion [J] *Chaos*, 1995, 5(4): 662~ 670

[7] Theiler J. Spurious Dimension from Correlational Algorithm-applied to Limited Time-Series Data [J] *Phys. Rev. A*, 1986; 34(3): 2427~ 2432